



Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ ВОСТОЧНО-ЕВРОПЕЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
Пушкинская ул., д. 268, 426008, г. Ижевск. Тел.: (3412) 77-68-24. E-mail: mveu@mveu.ru, www.mveu.ru
ИНН 1831200089. ОГРН 1201800020641

20.02.2026 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**по организации и методическому сопровождению
самостоятельной работы студентов**

при изучении учебной дисциплины

ОП.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

по специальности

**09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного
интеллекта**

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО ПЛАНИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1.1. Методические рекомендации по организации и методическому сопровождению самостоятельной работы обучающихся СПО разработаны согласно Федеральному закону Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. N 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации"; Федеральному государственному образовательному стандарту среднего профессионального образования (по специальности); Приказу Минпросвещения России от 24.08.2022 N 762 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам среднего профессионального образования", Положения об организации самостоятельной работы студентов, Методических рекомендаций по организации и методическому сопровождению самостоятельной работы студентов СПО.

1.2. Обоснование расчета времени, затрачиваемого на выполнение внеаудиторной самостоятельной работы обучающимися:

Преподаватель эмпирически определяет затраты времени на самостоятельное выполнение конкретного содержания учебного задания: на основании наблюдений за выполнением обучающимися аудиторной работы, опроса обучающихся о затратах времени на то или иное задание, хронометража собственных затрат на решение той или иной задачи из расчета уровня знаний и умений студентов. По совокупности затрачиваемых усилий и в зависимости от трудоемкости выполняемых заданий, определяется количество часов на выполнение каждого задания по самостоятельной работе. По совокупности заданий определяется объем времени на внеаудиторную самостоятельную работу по каждой теме и в целом по учебной дисциплине.

2. ВИДЫ И ФОРМЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ.

2.1. Учебной дисциплиной ОП.03 Теория вероятностей и математическая статистика предусмотрен следующий объем самостоятельной работы обучающихся:

Вид самостоятельной работы студентов	Объем часов
Внеаудиторная самостоятельная работа	24

2.2. Формы самостоятельной работы, виды заданий:

Тема самостоятельной работы № 1. Основы теории вероятностей, объем часов 6.

Задания:

Работа с литературой. Подготовка сообщений.

1. Работа с учебной и специальной литературой, электронными ресурсами.
2. Подготовка сообщений.

Примерная тематика сообщений: «История возникновения и развития теории вероятностей», «Исторические вероятностные задачи».

Решение задач.

1. Для перечисленных ниже событий сформулировать противоположные события и найти их вероятности: 1) А – выпадение двух гербов при бросании двух монет; 2) В – вынуть белый шар из урны, в которой находятся 2 белых, 3 черных и 4 красных шара; 3) С – три попадания при трех выстрелах, вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,7; 4) D – хотя бы одно попадание при пяти выстрелах, попадание и промах при каждом выстреле равновероятны.
2. Из колоды в 52 карты наудачу вынимается одна. Какие из перечисленных ниже событий будут независимы, а какие несовместны (рассмотреть все возможные пары событий): 1) А – появление короля; 2) В – появление красной масти; 3) С – появление бубновой шестерки; 4) D – появление десятки.

Составление задач и их решение.

Составить 5 задач по классическому определению вероятности и решить их в тетради.

Решение задач.

1. В коробке 12 карандашей трех цветов, по 4 карандаша каждого цвета. Наудачу вынимают три карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши окажутся разного цвета при условии: 1) карандаши не возвращают в коробку; 2) вынутый карандаш возвращают в коробку.
2. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,784. Найти вероятность одного промаха при трех выстрелах.
3. Сколько раз необходимо бросить игральную кость, чтобы с вероятностью 0,9 хотя бы один раз выпало не менее 4 очков.

Решение задач.

1. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, а 2 нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки – 0,6, а из не пристрелянной – 0,4. Какова вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле?
2. 24 человека обучаются заочно на экономическом факультете, из них 6 по специальности маркетинг, 12 по специальности менеджмент и 6 по специальности прикладная информатика. Вероятность успешно сдать все экзамены на предстоящей сессии для специальности маркетинг – 0,8; для менеджмента – 0,76; для прикладной информатики – 0,6. Найти вероятность того, что наудачу взятый студент, сдавший успешно все экзамены, окажется студентом - маркетологом.

Составление задач и их решение.

Составить 5 задач на вычисление вероятности событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей и решить их в тетради.

Работа с литературой. Подготовка исторических справок о математиках.

1. Работа с учебной и специальной литературой, электронными ресурсами.
2. Подготовка исторических справок о математиках: Байес, Бернулли, Муавр, Лаплас.

Решение задач.

1. Вероятность того, что человек в период страхования будет травмирован, равна 0,006. Компанией застраховано 1000 человек. Годовой взнос с одного человека составляет 150 рублей. В случае получения травмы застраховавшийся получает 12000 рублей. Какова вероятность того, что выплата по страховкам превысит сумму страховых взносов?
2. В среднем продается 70% билетов на 300 мест зрительного зала театра. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9973 будет находиться число проданных билетов в наудачу выбранный день.
3. Вероятность погашения кредита в срок равна 0,75. Найти вероятность того, что из 200 кредитов выданных банком будет погашено в срок: а) 175 кредитов, б) не менее 140 кредитов.
4. Установлено, что виноградник поражен вредителями в среднем на 10%. Определить вероятность того, что из 10 проверенных кустов винограда один будет поражен. Вычисления провести по формулам Бернулли, Лапласа. Сравнить результаты, сделать выводы.

Тема самостоятельной работы № 2. Дискретные и непрерывные случайные величины, объем часов 4.

Задания:

Решение задач – дискретные случайные дисциплины:

1. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

X	3	5	7
p	0,3	0,2	0,5

Найти закон распределения случайной величины $Y=4X$.

2. Дискретные независимые случайные величины X и Y заданы распределениями:

X	10	12	16	Y	1	2
p	0,4	0,1	0,5	p	0,2	0,8

Найти распределение случайной величины $Z=X+Y$.

3. Вероятность работы каждого из четырех комбайнов без поломок в течение определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X - числа комбайнов, работавших безотказно. Построить график распределения вероятностей. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

4. Покупатель посещает магазины до момента приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины X - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.
5. Вероятность сдачи первого экзамена студентом составляет 0,7, второго 0,6 и третьего 0,8. Найти интегральную функцию случайной величины X - числа экзаменов, сданных студентом. Определить $M(X)$.

Решение задач – непрерывные случайные величины:

1. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(-1, 1)$.

2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, равномерно распределенной в интервале $(5, 11)$. Начертить график функции.
3. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно трем. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит: а) 4 вызова; б) не менее трех вызовов.
4. Вес вылавливаемых в пруду рыб подчиняется нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением 150 г и математическим ожиданием $a = 1000$ г. Найти вероятность того, что вес пойманной рыбы будет: а) от 900 до 1300 г; б) не более 1500 г; в) не менее 800 г; г) отличаться от среднего веса по модулю не более чем на 200 г; д) начертить график дифференциальной функции случайной величины X .
5. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = A(4x^2 + 1)$ на интервале $(0, 1)$, вне этого интервала $f(x) = 0$. Требуется: 1) найти параметр A ; 2) построить графики плотности и функции распределения.

Тема самостоятельной работы № 3. Математическая статистика. Оценка параметров, объем часов 4.

Задания:

Задание 1. Определение точечной оценки среднего арифметического выборки.

Дана выборка объемом $n = 8$ наблюдений:

$X_1=3, X_2=5, X_3=4, X_4=6, X_5=7, X_6=2, X_7=8, X_8=9$

Рассчитайте точечную оценку среднего арифметического \bar{X} по формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Запишите полученный результат.

Задание 2. Вычисление точечной оценки дисперсии выборки.

Используя выборку из задания 1, рассчитайте точечную оценку дисперсии S^2 по формуле:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

Подставьте значение \bar{X} , найденное ранее, и вычислите итоговую величину.

Задание 3. Расчет стандартной ошибки среднего.

Определите стандартную ошибку среднего $\sigma_{\bar{x}}$ для выборки объема $n = 8$, используя формулу:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

Выразите результат с точностью до двух знаков после запятой.

Задание 4. Интервальная оценка среднего значения.

Пусть известно, что доверительный уровень равен 95%. Используя таблицу нормированного нормального распределения, найдите интервал, внутри которого находится истинное среднее значение μ , учитывая расчетную среднюю \bar{X} и стандартную ошибку $\sigma_{\bar{x}}$.

Напишите формулу интервальной оценки и подставьте необходимые значения.

Форма отчета:

Выполненные задания студенты оформляют письменно в тетради, представляя подробный ход всех вычислений. Преподаватель проверяет правильность выполненных действий и выставляет соответствующую отметку.

Тема самостоятельной работы № 4. Математическая статистика.

Тестирование гипотез, объем часов 6.

Задания

Задание № 1. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия Пирсона (χ^2).

Задание: провести проверку гипотезы о нормальном распределении выборочных данных методом критерия χ^2 .

Методические указания:

Рассчитать эмпирический частотный ряд распределения случайной величины.

Определить ожидаемые частоты согласно предположению нормального закона распределения.

Вычислить значение статистики Пирсона и сравнить её с критическим значением, найденным по таблице χ^2 -критерия.

Сделать вывод о согласии или расхождении гипотезы относительно заданного уровня значимости $\alpha = 0,05$.

Задание №2. Параметрические критерии проверки гипотез (t-критерий Стьюдента).

Задание: проверить нулевую гипотезу о равенстве средних двух независимых выборок с использованием t-критерия Стьюдента.

Методические указания:

Провести предварительный анализ исходных данных.

Формулировка проверяемой гипотезы H_0 и альтернативной гипотезы H_1 .

Определение расчетного значения t-статистики и сравнение с табличным значением при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Принять решение относительно истинности гипотезы.

Задание №3. Непараметрические методы проверки гипотез (U-тест Манна-Уитни).

Задание: примените U-тест Манна-Уитни для сравнения центров двух независимых выборок при неизвестном законе распределения.

Методические указания:

Изучить свойства U-теста и порядок расчета соответствующей статистики.

Использовать компьютерные программы для обработки результатов эксперимента.

Оценить значимость различий между выборочными средними на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Итоговая форма отчетности:

Отчёт оформляется письменно и включает:

Краткое изложение методов исследования,

Результаты расчётов,

Выводы по каждому заданию.

Тема самостоятельной работы № 5. Математическая статистика. Регрессионный анализ, объем часов 4.

Задания:

Вариант 1.

Задание 1. Дана выборочная совокупность пар значений (X,Y):

X	Y
2	8
4	12
6	16
8	20

10	24
----	----

Рассчитайте коэффициент корреляции Пирсона. Постройте уравнение прямой

$$\hat{Y} = a + bX,$$

линии регрессии. Проверьте значимость коэффициентов уравнения регрессии.

Задание 2. Имеются данные о расходах электроэнергии (тыс. руб.) и количестве работников предприятия ($n=6$). Используя методы регрессионного анализа, оцените влияние численности сотрудников на потребление электроэнергии.

Определите коэффициент детерминации R^2 .

Вариант № 2.

Задание 1. Проведено исследование зависимой переменной Y , характеризующей производительность труда рабочих, и независимой переменной X , отражающей уровень квалификации рабочего персонала (баллы).

Даны пары наблюдений:

X	Y
5	10
6	12
7	14
8	16
9	18

Определите уравнение регрессии, проверьте значимость полученных коэффициентов и рассчитайте коэффициент детерминации.

Задание 2. По результатам наблюдений получены значения уровня автоматизации производственных процессов X и затраты на техническое обслуживание оборудования Y (тыс. рублей):

X	Y
10	5
20	8
30	10

40	12
50	15

Постройте линию регрессии и определите коэффициент корреляции. Сделайте вывод о значимости связи между уровнем автоматизации и затратами на техобслуживание.

Методические рекомендации по выполнению заданий:

1. Изучить теоретический материал дисциплины по методическим пособиям, учебникам и лекциям преподавателя.
2. Выполнить расчеты вручную либо с использованием специализированных компьютерных программ (например, Excel).
3. Оформить отчет в письменном виде согласно требованиям оформления самостоятельных работ.

Требования к оформлению отчета:

Отчет должен содержать титульный лист, задание, решение каждого пункта с подробными пояснениями расчетов, выводы и интерпретацию результатов. Все формулы и графики должны быть подписаны и снабжены комментариями.

3. ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Результаты самостоятельной работы

Оценки за выполнение заданий могут выставляться по пятибалльной системе или в форме зачета и учитываться как показатели текущей успеваемости обучающихся.

Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений		Критерии оценки результата
балл (оценка)	вербальный аналог	
5	отлично	Представленные работы высокого качества, уровень выполнения отвечает всем требованиям, теоретическое содержание освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, выполнены все предусмотренные программой обучения задания.
4	хорошо	Уровень выполнения работы отвечает всем требованиям, теоретическое содержание освоено полностью без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения задания выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.
3	удовлетворительно	Уровень выполнения работы отвечает

		большинству основных требований, теоретическое содержание освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.
2	не удовлетворительно	Теоретическое содержание освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения заданий не выполнено.

4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ.

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

4.1. Основные электронные издания

1. Денежкина, И. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. : учебное пособие / И. Е. Денежкина, С. Е. Степанов, И. И. Цыганок. — Москва : КноРус, 2024. — 302 с. — ISBN 978-5-406-13412-2. — URL: <https://book.ru/book/954525>

2. Дмитриева, О. В., Статистика : учебник / О. В. Дмитриева. — Москва : КноРус, 2023. — 322 с. — ISBN 978-5-406-11081-2. — URL: <https://book.ru/book/947722>

4.2. Дополнительные источники

1. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 224 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-16717-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/598762>

2. Калинина, В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для среднего профессионального образования / В. Н. Калинина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8773-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537085>

3. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 425 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-18265-1. — Текст

- : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583726>
4. Сидняев, Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для среднего профессионального образования / Н. И. Сидняев. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 219 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04091-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/583622>
 5. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для среднего профессионального образования / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 138 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-21497-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/574961>
 6. Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 470 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-06572-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/586157>